Fragmentarium

105b, 14). — Für *enim* setzt man oft das Zeichen, das wir in den Handschriften aus Bobbio kennen lernten: zwei senkrechte Striche, die ein Querstrich durchschneidet, oder man setzt **·n·** (Taf. 83 II, 12).

6. Römische Zahlzeichen und indisch-arabische Ziffern.

a) Römische Zahlzeichen. Um die Zahlen von den Buchstaben zu unterscheiden, setzte man oft, wie schon in römischer Zeit, einen Strich darüber; aber häufiger setzte man einen Punkt dazu, oder man schloss sie mit zwei Punkten ein. Oft schrieb man die Endung über die Ziffer. (Taf. 76, 26; 91, 25.) — Über die Einer setzte man in späterer Zeit (ähnlich wie über den Buchstaben **i**) Striche und dann Punkte, und den letzten Einer verlängerte man unter die Zeile. Oft ist stets der zweite Einer verlängert, auch wenn noch andere Einer folgen; das geschah offenbar im Anschluss an die Schreibweise des Doppel-**i**. (Taf. 78b, 21, 22; 91, 25.) — **V** hat meistens eine spitze, häufig aber eine runde, dem uncialen **u** entsprechende Form; es ist in diesem Falle leicht mit **II** zu verwechseln (Taf. 38, 17; 44b, 14; 53c, 18; 54, 6; 64, 11). Im späten Mittelalter wird **V** in der Kursive in einem Zuge geschrieben und unten abgerundet; es hat in dieser Form grosse Ähnlichkeit mit **X**, das ebenfalls in einem Zuge geschrieben wird (Taf. 108, 3; 118b, 16).

Für die Multipla der Hunderte setzt man in alter Zeit soviele **C**, als Hunderte anzugeben sind, z. B. **CCC** = 300; später wird **C** häufig über die Zahl gesetzt, welche angibt, wieviele Hunderte es sind, also $\mathbf{III}^{\mathbf{c}}$ = 300. — Ebenso werden die Multipla der Tausende durch Wiederholung von **M** oder durch Überschreibung eines kleinen **M** bezeichnet, z. B. **MMM** oder $\mathbf{III}^{\mathbf{m}}$ = 3000. Daneben hat man auch die römische Bezeichnung: $\overline{\mathbf{III}}$ = 3000, $\overline{\mathbf{XXX}}$ = 30000. Das Zeichen für 1000 hat in alter Zeit noch oft die Form, die unsere Abbildungen auf Taf. 5, 1 und 17, 7 zeigen. — So wie man **C** und **M** über die Zahlen schrieb, so verwendete man in Frankreich und in Flandern auch oft **XX** für 20; man schrieb also $\mathbf{IIII}^{\mathbf{XX}}$ = 80 = *quater viginti*, französisch *quatre-vingts*, flämisch *vierwaerf twintich* (Reusens, *Eléments de paléographie*, S. 148).

Man schreibt für 4, 9, 40, 90 meistens **IIII**, **VIIII**, **XXXX**, **LXXXX**, nur selten **IV**, **IX**, **XL**, **XC**. Auf den Uhren ist die Schreibweise **IIII** bis heute Regel geblieben.

Zur Bezeichnung von $^{1}/_{2}$ gebrauchte man in alter Zeit den Buchstaben **S** (= *semis*); später wurde oft ein Strich durch die Ziffer **I** gezogen; auch **V** und **X** werden durchstrichen, um $4^{1}/_{2}$ und $9^{1}/_{2}$ zu bezeichnen.

In alten Rechnungen findet sich oft ein Zeichen, das aus einem **i** mit dem Kürzungszeichen für *us* besteht, in der Bedeutung von *minus*: es deutet an, dass von der vorhergenannten Summe etwas abzuziehen ist, z. B. CXXVIII lb. XII s. minus III = 128 librae, 11 solidi, 9 denarii. (Thommen, *Schriftproben*, Taf. 4.)

Über das eigenartige System der Zahlenbezeichnung in der päpstlichen Kanzlei siehe die Erläuterungen zu Taf. 125.

b) Indisch-arabische Ziffern. Die ersten Beispiele, die man kennt, finden sich im Cod. Vigilanus in Spanien (Escorial d I 2), geschrieben 976 im Kloster Albelda, und im Cod. Emilianus (Escorial d I 1), geschrieben 992 in San Millan de la Cogolla bei Burgos. Die Ziffern stehen dort als Zusatz zu den Kapiteln des III. Buches der *Origines* Isidors von Sevilla über die römischen Zahlen, und zwar mit folgender Erklärung: *Item de figuris arithmeticę. Scire debemus Indos* (Ms. in indos) *subtilissimum ingenium habere et ceteras gentes eis in arithmetica et geometria et ceteris liberalibus disciplinis cedere* (Ms. concedere). *Et hoc manifestum est in nobem figuris, quibus designant unumquemque gradum cuiuslibet gradus. Quarum hec sunt forme* (Ms. forma): **9 8 7 6 5 4 3 2 1** (P. Ewald, *Palaeographisches aus Spanien*, in *Neues Archiv*, 8, 1882, S. 357). Die Null fehlt hier. Dass die Ziffern indischen Ursprungs seien, wird auch von arabischen Schriftstellern versichert. Nach den Untersuchungen Isaac Taylors stammen sie in der Tat aus Indien, und zwar glaubt Taylor nachweisen zu können, dass sie im Pendschab, dem Gebiet diesseits des Indus, das Darius zu einer persischen Satrapie gemacht hatte, erfunden wurden: es sind die Anfangsbuchstaben der Zahlwörter in der indo-baktrischen Schrift, deren Alphabet wir besonders aus der Inschrift des Königs Asoka aus dem III. Jahrhundert vor Chr. kennen. Diese Schrift war aus der iranischen hervorgegangen, die infolge der Eroberung des Darius in Indien Eingang gefunden hatte; diese hinwiederum war eine Tochter der aramäischen Schrift, die im Euphrat-Tal nach Verdrängung der Keilschrift die Herrschaft erlangt hatte. Die Ziffer **4** ist nach Taylor der indo-baktrische Buchstabe **ch**, der Anfangsbuchstabe des Sanskrit-Wortes *chatur*, lateinisch *quatuor*, vier; die Ziffer **5** ist der Anfangsbuchstabe von *panchan*, griechisch *πέντε*, fünf; die Ziffer **7** ist der Anfangsbuchstabe von *saptan*, sieben. (I. Taylor, *The Alphabet*, London 1883, Bd. 2, S. 263.)

Die Araber lernten die Ziffern vielleicht schon gegen Ende des VIII. Jahrhunderts kennen (Woepcke, *Mémoire sur la propagation des chiffres indiens* im *Journal asiatique*, XVI, 1863, p. 446). Zur Zeit des Khalifen Almamun (813—833) schrieb Abu Djafar Mohamed Ben Musa Alkharismi (d. h. aus Kharism, bei Khiva, stammend) einen Traktat über die indische Arithmetik, der uns noch in einer lateinischen Übersetzung erhalten ist. In neuerer Zeit hat man eine Bearbeitung dieser Schrift entdeckt, welche von Johannes Hispalensis (auch Johannes de Luna genannt) herrührt, einem in Spanien lebenden jüdischen Gelehrten, der sich im Auftrag des Erzbischofs Raimund von Toledo zwischen 1130 und 1150 an der Übersetzung arabischer Werke beteiligte. (Traktat und Bearbeitung sind herausgegeben vom Fürsten Baldassare Boncompagni, *Trattati d'Aritmetica. I. Algoritmi, De numero Indorum. II. Iohannis Hispalensis, Liber Algorismi De practica Aritmetice,* Rom 1857.)

Von Spanien aus gelangte die Kenntnis der Ziffern nach Frankreich, England und Deutschland. Von Gerbert von Aurillac, dem späteren Papst Silvester II., wird berichtet, er habe die *novem numerorum notae vel caracteres* gekannt (A. Nagl, *Gerbert und die Rechenkunst des zehnten Jahrhunderts*, in *Sitzungsberichte der Akademie zu Wien*, 116, S. 861). Die älteste bisher bekannte Handschrift Deutschlands, in der die Ziffern vorkommen, stammt aus dem Jahre 1143 (jetzt in der Wiener Hofbibliothek Nr. 275; siehe Th. Sickel, *Monumenta* etc., VIII, 16; A. Nagl, *Über eine Algorismus-Schrift des XII. Jahrhunderts und über die Verbreitung der indisch-arabischen Rechenkunst und Zahlzeichen im christlichen Abendlande*, in *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, historisch-literarische Abteilung, 34, S. 129. 161; M. Curtze, *Über eine Algorismus-Schrift des 12. Jahrhunderts*, in *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik*, VIII, Supplement zu Bd. 42 der *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, Leipzig 1898; Arndt-Tangl, *Schrifttafeln*, 4. Aufl., Taf. 26a). Es gibt auch mehrere Handschriften Deutschlands aus dem Ende des XII. Jahrhunderts, die Ziffern enthalten: die eine, jetzt in Heidelberg, stammt aus dem Kloster Salem am Bodensee (herausgegeben von M. Cantor in der *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 10, S. 2); die zweite, Cod. 14733 in München, war früher in St. Emmeram in Regensburg (*Monumenta Germaniae historica*, Scriptores XVII, 578 und Taf. III; Arndt, *Schrifttafeln*, 2. Aufl., Taf. 23b). Die Ziffern hatten also schon in der zweiten Hälfte des XII. Jahrhunderts in Mitteleuropa eine gewisse Verbreitung erlangt. Doch blieben sie lange nur den Gelehrten bekannt. Siehe auch A. Huemer, *Zur Einführung des indisch-arabischen Zahlensystems in Frankreich und Deutschland* (in *Zeitschrift für die österr. Gymnasien*, 55, 1904, S. 1093). L. Jordan, *Materialien zur Geschichte der arabischen Zahlzeichen in Frankreich* (in *Archiv für Kulturgeschichte*, 3, 1905, S. 155).

Das grösste Verdienst um die Verbreitung der Ziffern gebührt Leonardo von Pisa (auch Fibonacci genannt = *filius Bonacii*). Er lernte sie in Bugea in Nordafrika (dem heutigen Bougie in der Provinz Constantine) kennen, wo sein Vater Schreiber bei einer Pisaner Niederlassung war; auf späteren Reisen nach Ägypten, Syrien, Griechenland, Sicilien und der Provence forschte er überall nach den Rechnungsmethoden dieser Länder. 1202 veröffentlichte er sein berühmtes Werk *Liber Abaci*. Er hebt darin besonders die praktische Brauchbarkeit der indischen Rechnungsmethode für das Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren hervor, und gerade in dieser angewandten Arithmetik liegt die eigentliche Bedeutung seines umfangreichen Werkes (M. Cantor, *Geschichte der Mathematik*, Bd. 2, S. 3; A. Nagl, l. c. S. 142. Die Schrift Leonardos ist gedruckt bei Baldassare Boncompagni, *Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo*, Rom 1857—1862). In Deutschland machte sich später Adam Riese (geb. 1492 zu Staffelstein bei Bamberg) um die Einführung der neuen Rechnungsmethode mit arabischen Ziffern verdient. Daher noch heute die Redensart: „Nach Adam Riese". Die Bedeutung des indisch-arabischen Ziffersystems liegt bekanntlich darin, dass es nur zehn Zeichen hat (die neun Einer und die Null), und dass alle anderen Zahlen durch Gruppen dieser zehn Zeichen gebildet werden; jedes Zeichen hat aber in diesen Gruppen einen zweifachen Wert: einen absoluten Wert und einen Stellenwert, d. h. einen Wert, der von seiner Stellung in der Gruppe abhängt: die letzte Ziffer rechts bedeutet die Einer, jede nächste Stelle nach links verzehnfacht den Wert der auf ihr stehenden Zahl.

Dass man in Italien schon im XIII. Jahrhundert praktischen Gebrauch von den Ziffern machte, erhellt aus einem *Statuto dell' arte di cambio* in Florenz, das den Kaufleuten verbot, in ihren Handelsbüchern Ziffern zu verwenden. Der Grund des Verbotes, das später oft wiederholt wurde, war ein juristischer: der Gebrauch der römischen Zahlen war Gegenstand eines Gewohnheitsrechtes geworden, und die Einführung der arabischen Ziffern beeinträchtigte daher die Glaubwürdigkeit der Handelsbücher vor Gericht. Auch in Deutschland verbot 1494 der Rat von Frankfurt seinen Beamten, in den Rechnungsbüchern des Rates Ziffern zu gebrauchen (Nagl, l. c., dessen Ausführungen ich folge). Doch im XVI. Jahrhundert wurden sie allmählich allgemein adoptiert. In den Büchern, die nicht dem Handel dienten, trifft man sie vereinzelt im XIII., häufiger im XIV. Jahrhundert; im XV. Jahrhundert sind sie allgemein bekannt. (Siehe Beispiele aus den Jahren 1286, 1346, 1404, 1496 auf unseren Tafeln 98, 105a, 110b, 118a.)

Häufig verwendete man römische und arabische Ziffern nebeneinander, ja zuweilen setzte man Zeichen beider Art in dieselbe Zahl; ich fand z. B. auf einem gemalten Fenster: $\mathbf{M\cdot V^{C}\cdot XXX4}$; daneben stand **1534**. Auf dem Taufbecken im Strassburger Münster steht **·MCCCCLIII·** und daneben **·1453·**.

Einzelne Ziffern. Die Null hiess bei den Arabern, wie Leonardo von Pisa sagt, *zephirus*; im Wiener Kodex aus dem XII. Jahrhundert heisst sie *ciffra*. Daraus ist unser Wort *Ziffer* hervorgegangen, das jetzt für die indisch-arabischen Zahlzeichen überhaupt und auch für die römischen Zahlzeichen gebraucht wird. — **3** hat in den Wiener und Münchener Kodices aus dem XII. Jahrhundert die Form eines senkrechten Striches, an den sich rechts in der Mitte ein Querstrich anschliesst. — **4** hat in Frankreich, England und Deutschland in alter Zeit eine andere Form als in Italien (siehe Taf. 98 II, 17; vgl. Taf. 118a, 9, wo **4** nach italienischer Art gemacht ist). Die italienische Form verdrängte die andere am Ende des XV. Jahrhunderts (Nagl, l. c. S. 135).

Schliesslich seien auch noch einige der mathematischen Zeichen erwähnt, die in der Rechenkunst heute allgemeine Verwendung finden. Die Zeichen für *plus* und *minus* (+ und —) finden sich, soviel man weiss, zuerst bei Widmann aus Eger, sie werden von ihm aber nicht als neu eingeführt vorgestellt, er sagt nur: *was — ist das ist minus und das + das ist mer* (Joh. Widman, *Behende und hübsche Rechnung auf allen Kauffmanschafft*, Leipzig 1489, zitiert von Cantor, l. c. S. 211). — Das Zeichen für die Quadratwurzel erhielt seine jetzige Form von Michael Stifel in der Ausgabe der sogenannten Rudolff'schen *Coss* von 1553 (Cantor, l. c. S. 409). Es ist wohl ein langgestrecktes **r** der kleinen gotischen Kursivschrift und stellt den Anfangsbuchstaben des Wortes *radix* dar. — Das Gleichheitszeichen (=) wurde zuerst von Robert Recorde eingeführt, weil nichts einander mehr gleich sein könne als zwei parallele Strichelchen (*The Whetstone of witte*, 1556, zitiert von Cantor, l. c. S. 440). — Das Multiplikationszeichen (×) trifft man zuerst bei William Oughtred in dem Werk *Clavis mathematica*, 1631. Oughtred führte auch ein aus vier Punkten gebildetes Zeichen gleicher Proportionen ein (::). Zwischen die beiden ins Verhältnis gestellten Grössen setzte er einen Punkt. $\mathbf{a\cdot b :: c\cdot d}$ bedeutet also bei ihm, **a** verhalte sich zu **b** wie **c** zu **d** (Cantor, l. c. S. 658). Statt des einfachen Punktes wurde später bekanntlich ein Doppelpunkt gesetzt, und statt der vier Punkte das Gleichheitszeichen ($\mathbf{a : b = c : d}$). — Die liegenden Winkel, die andeuten, dass eine Grösse kleiner oder grösser als eine andere ist (< und >), finden sich in einem Werk *Artis analyticae praxis*, das von Thomas Harriot († 1621) verfasst und von Walter Warner 1631 zuerst herausgegeben wurde (Cantor, l. c. S. 721). Siehe Cantor, *Geschichte der Mathematik*, 2. Aufl., 1894—1901; Tropfke, *Geschichte der Elementar-Mathematik*, seit 1902.

License: public_domain – Various Locations, Generic Collection, , Einleitung p. 44 – Franz Steffens, Lateinische Paläographie (https://fragmentarium.ms/view/page/F-12v1/7415/59897)